Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский Томский политехнический Университет»

Инженерная школа ядерных технологий

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

**Лабораторная работа № 3**

## Вариант 24

по дисциплине:

**Численные методы**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Исполнитель:** |  | | | | |
| студентка группы | 0В01 |  | Саматов Денис Сергеевич |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
| **Руководитель:** |  | | | | |
| преподаватель |  |  | Крицкий Олег Леонидович |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

Томск – 2022

**Задание:** вычислить определенный интеграл с точностью ε=10-4. Сравнить результаты, полученные различными методами

24) методами прямоугольников, Монте-Карло и Симпсона.

**Теоретическое содержание:**

**Интегрирование методом прямоугольников**

Пусть функция  непрерывна на отрезке . Нам требуется вычислить определенный интеграл .

Если отрезок интегрирования  разбить на равные части длины *h* точками .  (то есть  ) и в качестве точек  выбрать середины отрезков   (то есть   ), то приближенное значение записывается в следующем виде:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

Формула (1) называется формулой метода средних прямоугольников. Такое название метод получил из-за характера выбора точек , где шаг разбиения отрезка берется за .

Значение при данном методе определяется из соотношения

**Интегрирование методом Симпсона**

Пусть функция  непрерывна на отрезке . Нам требуется вычислить определенный интеграл .

Если отрезок интегрирования  разбить на равных частей, получим

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

Формула (2) называется формулой Симпсона. Значение при данном методе определяется из соотношения

**Интегрирование методом Монте-Карло**

Пусть функция  непрерывна в ограниченной замкнутой области S. Нам требуется вычислить m-кратный определенный интеграл .

Преобразуем данный интеграл так, чтобы новая область интегрирования полностью содержалась внутри m-мерного единичного куба, сделаем замену переменных , где

Выберем m равномерно распределенных случайных чисел на отрезке . Выбрав достаточно большое число точек N, приближенно можно положить: , отсюда искомый интеграл выражается формулой

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

Значение при данном методе определяется из соотношения:

**Практическая часть**

Для начала вычислим интеграл с помощью функции, встроенной в Matlab. Получим следующий результат .

1. Вычислим заданный интеграл методом прямоугольников:

Для начала определим количество n из соотношения с помощью Wolfram (приложение B) и получим . После вычислим шаг согласно найденному и запрограммируем формулу (1) для вычисления интеграла (приложение A)*.* Таким образом, получим следующий результат с точностью ε = 10-4 при .

1. Вычислим заданный интеграл методом Симпсона:

Вычислим из соотношения с помощью Wolfram (приложение B), получим , так как в методе Симпсона происходит разбиение на четное число интервалов, то увеличим n до 4. Определим шаг согласно найденному и запрограммируем формулу (2) для вычисления интеграла (приложение А)*.* Получившийся результат Таким образом, достаточно для вычисления интеграла с точностью ε = 10-4

1. Вычислим заданный интеграл методом Монте-Карло:

Значение определим из соотношения , зададим вероятность совершить ошибку первого рода , тогда . Запрограммируем формулу (3) для вычисления интеграла (приложение А). Получим следующий результат , следовательно достаточно для вычисления интеграла с точностью ε=10-4

**Вывод:**

В ходе лабораторной работы был вычислен определенный интеграл тремя методами: методом прямоугольников, методом Симпсона, методом Монте-Карло. Наименьшее количество узлов для вычисления интеграла с точностью ε = 10-4 потребовалось для метода Симпсона. Кроме того, были проведены замеры по времени. Для вычисления интеграла методом прямоугольников потребовалось t = 0.00275 сек, при вычислении методом Симпсона – t = 0.00288, для метода Монте-Карло – t = 102.43563 сек. Если вычислять интеграл с помощью встроенной функции в Matlab, то t = 0.00707 сек.

Таким образом, быстрее всех с вычислением интеграла с заданной точностью справился метод прямоугольников.

**Приложение А**

Файл *main.m*

clc, clearvars, close all, format compact

n\_sq = 75;

n\_sim = 4;

a = 1; b = 2;

f = @(x) exp(x) .\* log(x + 2);

eps = 0.0001;

delta = 0.05;

tic

int\_rect = int\_rectangle\_method(n\_sq, f, a, b);

toc

tic

int\_sims = int\_Simson\_method(n\_sim, f, a, b);

toc

tic

int\_Monte\_Carlo = int\_Monte\_Carlo\_method(f, a, b, eps, delta);

toc

tic

Matlab\_integrate = integral(f, a, b);

toc

Файл *int\_rectangle\_method.m*

function num = int\_rectangle\_method(n, f, a, b)

h = (b-a) / n;

x = a:h:b;

sum = 0;

for i=1:n

sum = sum + f(x(i) + h / 2);

end

num = h \* sum;

end

Файл *int\_Simson\_method.m*

function num = int\_Simson\_method(n, f, a, b)

h = (b-a) / (2 \* n);

x = a:h:b;

sum = f(x(1)) + f(x(2\*n+1));

for i = 2:2\*n

if mod(i,2) == 0

sum = sum + 4 \* f(x(i));

else

sum = sum + 2 \* f(x(i));

end

end

num = (b-a) / (6 \* n) \* sum;

end

Файл *int\_Monte\_Carlo\_method.m*

function ans = int\_Monte\_Carlo\_method(f, a, b, eps, delta)

N = 1 / (4 \* eps^2 \* delta);

under = 0;

for i = 1:N

x\_val = rand(1) \* (b - a) + a;

under = under + f(x\_val);

end

ans = under / N;

end

**Приложение В**

f[t\_]=Exp[t]\*Log[t+2];

Plot[f[t],{t,1,2}, Frame->True,GridLines->Automatic, FrameLabel->{"t", "f(t)"}]

Plot[f''[t],{t,1,2}, Frame->True,GridLines->Automatic, FrameLabel->{"t", "f(t)"}]

m=MaxValue[{f''[x],1<=x<=2},x]//N;

n=1;

While[(m\*(2-1)3)/(24\*n2)>10-4,n++]

n

Plot[f''''[t],{t,1,2}, Frame->True,GridLines->Automatic, FrameLabel->{"t", "f(t)"}]

mm=MaxValue[{f''''[x],1<=x<=2},x]//N;

n=1;

While[mm/(90\*n4)\*((2-1)/2)5>10-4,n++]

n